

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
1	$\beta, \text{м}^3/\text{с}^2$	$x_0, \text{м}$	$y_0, \text{м}$	$vx_0, \text{м}/\text{с}$	$vy_0, \text{м}/\text{с}$		$ax, \text{м}/\text{с}^2$	$ay, \text{м}/\text{с}^2$	$vx, \text{м}/\text{с}$	$vy, \text{м}/\text{с}$	$x, \text{м}$	$y, \text{м}$	$t, \text{с}$	$\Delta t, \text{с}$	$r, \text{м}$	$r_{\text{max}}, \text{м}$	$r_{\text{min}}, \text{м}$	$a, \text{м}$
2	2	1,3	0,03	0,3	0,9				0,3	0,9	1,3	0,03	0	0,005	1,300346	1,391932	0,444674	0,918303
3							-1,18249	-0,02729	0,294088	0,899864	1,30147	0,034499	0,005		1,301928			
4							-1,17952	-0,03127	0,28819	0,899707	1,302911	0,038998	0,01		1,303495			
5							-1,17657	-0,03522	0,282307	0,899531	1,304323	0,043496	0,015		1,305048			
6							-1,17364	-0,03914	0,276439	0,899335	1,305705	0,047992	0,02		1,306587			
7							-1,17074	-0,04303	0,270585	0,89912	1,307058	0,052488	0,025		1,308112			
8							-1,16786	-0,0469	0,264746	0,898886	1,308382	0,056982	0,03		1,309622			
9							-1,165	-0,05074	0,258921	0,898632	1,309676	0,061475	0,035		1,311118			
10							-1,16217	-0,05455	0,25311	0,898359	1,310942	0,065967	0,04		1,312601			
11							-1,15935	-0,05834	0,247313	0,898068	1,312178	0,070458	0,045		1,314069			
12							-1,15656	-0,0621	0,241531	0,897757	1,313386	0,074946	0,05		1,315523			
13							-1,15379	-0,06584	0,235762	0,897428	1,314565	0,079433	0,055		1,316963			
14							-1,15104	-0,06955	0,230006	0,89708	1,315715	0,083919	0,06		1,318389			
15							-1,14832	-0,07324	0,224265	0,896714	1,316836	0,088402	0,065		1,3198			
16							-1,14561	-0,07691	0,218537	0,896329	1,317929	0,092884	0,07		1,321198			
17							-1,14293	-0,08055	0,212822	0,895927	1,318993	0,097364	0,075		1,322582			
18							-1,14026	-0,08417	0,207121	0,895506	1,320029	0,101841	0,08		1,323951			
19							-1,13762	-0,08777	0,201433	0,895067	1,321036	0,106317	0,085		1,325307			
20							-1,135	-0,09134	0,195758	0,89461	1,322015	0,11079	0,09		1,326649			

**Частина 1.** Нехай маємо точкове тіло на площині, та відомо, що прискорення тіла залежить від його координат за законом  $\vec{a} = -\frac{\beta}{r^2} \vec{r}$ , де  $\vec{r}$  – вектор, проведений від початку координат до тіла. Вам, як математичному інженеру, запропоновано дослідити рух такого тіла.

Наведений вище закон можна розписати у координатах:  $a_x = \frac{-\beta x}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$ ,

$$a_y = -\frac{\beta y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}.$$

Рух цього тіла можна змоделювати. Ідея моделювання така. Нехай задані початкові координати та проекції швидкості на координатні вісі  $x_0, y_0, v_{x0}, v_{y0}$ . Тоді в початковий момент часу  $a_{x0} = -\frac{\beta x_0}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}}$ ,

$$a_{y0} = -\frac{\beta y_0}{(x_0^2 + y_0^2)^{3/2}}.$$

Візьмемо малий крок за часом  $\Delta t$ . Тоді у момент часу  $t = \Delta t$  проекції швидкості та координати розраховуються наступним чином:  $v_{x1} = a_{x0} \Delta t + v_{x0}$ ,

$$v_{y1} = a_{y0} \Delta t + v_{y0}, \quad x_1 = v_{x1} \Delta t + x_0,$$

$$y_1 = v_{y1} \Delta t + y_0.$$

Прискорення в цей момент часу

$$a_{x1} = -\frac{\beta x_1}{(x_1^2 + y_1^2)^{3/2}}, \quad a_{y1} = -\frac{\beta y_1}{(x_1^2 + y_1^2)^{3/2}}.$$

На наступному кроці (тобто у момент часу  $t = 2\Delta t$ ) маємо  $v_{x2} = a_{x1} \Delta t + v_{x1}$ ,

$$v_{y2} = a_{y1} \Delta t + v_{y1}, \quad x_2 = v_{x2} \Delta t + x_1,$$

$$y_2 = v_{y2} \Delta t + y_1; \quad a_{x2} = -\frac{\beta x_2}{(x_2^2 + y_2^2)^{3/2}},$$

$$a_{y2} = -\beta y_2 (x_2^2 + y_2^2)^{-3/2}. \text{ І так далі.}$$

Відкриємо Microsoft Excel. У першу строку наберемо текст, як показано на рисунку. У комірки A2–E2 введемо значення, як показано на рисунку. У інші

комірки введено наступне (див. таблицю).

Комірка	Формула, що має бути введена до комірки.
I2	=D2
J2	=E2
K2	=B2
L2	=C2
M2	0
N2	=5*10^-3
O2	=(K2^2+L2^2)^0,5
P2	=МАКС(O2:O1000)
Q2	=МИН(O2:O1000)
R2	=(P2+Q2)/2
G3	=-\$A\$2*K2/(K2^2+L2^2)^1,5
H3	=-\$A\$2*L2/(K2^2+L2^2)^1,5
I3	=G3*\$N\$2+I2
J3	=H3*\$N\$2+J2
K3	=I3*\$N\$2+K2
L3	=J3*\$N\$2+L2
M3	=M2+\$N\$2
R3	=(K3^2+L3^2)^0,5

Після того, як відповідні формули введені до відповідних комірок, треба протягнути мишою вниз відповідні формули до наступних комірок:

- формулу у комірці G3 до комірки G1000 включно
- формулу у комірці H3 до комірки H1000 включно
- формулу у комірці I3 до комірки I1000 включно
- формулу у комірці J3 до комірки J1000 включно
- формулу у комірці K3 до комірки K1000 включно
- формулу у комірці L3 до комірки L1000 включно
- формулу у комірці M3 до комірки M1000 включно
- формулу у комірці R3 до комірки R1000 включно.

Перші 20 строк звірте з рисунком! Якщо співпадають, то скоріш за все ви все робите правильно.

1.1. Будуємо траєкторію тіла. Для цього входимо у меню Вставка/Діаграма/Точкова/Точкова з маркерами, на «чистій» діаграмі, що відкрилась, робимо клік правою кнопкою миші, та у меню, що відкрилось, обираємо пункт «обрати дані», та додаємо ряд, де «значення X» –

це комірки від K2 до K1000, а «значення Y» – це комірки від L2 до L1000. Діаграму перенесіть на окремий аркуш. Отримана траєкторія має біти еліпсом. **Отриману траєкторію покажіть члену журі!**

1.2. Аналогічно на окремому аркуші будуємо графік  $r(t)$ , де  $r$  – це відстань від тіла до початку координат, а  $t$  – це час. **Отриманий графік покажіть члену журі!**

1.3. Параметр  $a$ , що розраховується у комірці R2, для даного випадку є великою піввіссю еліпсу. **Покажіть отриману велику піввісь члену журі!** Знайдіть період обертання тіла по еліпсу (тобто час одного повного обертання тіла, або час, за який тіло повертається у своє початкове положення.). **Знайдений період покажіть члену журі!**

1.4. Виконайте пункти 1-3 для таких початкових значень:  $x_0 = 1\text{м}$ ,  $y_0 = 0,01\text{м}$ ,  $v_{x0} = 0,05\text{м/с}$ ,  $v_{y0} = 1\text{м/с}$ . Параметр  $\beta$  не змінюйте! **Отримані результати покажіть члену журі!**

1.5. Виконайте пункти 1-3 для таких початкових значень:  $x_0 = 1\text{м}$ ,  $y_0 = 0,01\text{м}$ ,  $v_{x0} = 0,5\text{м/с}$ ,  $v_{y0} = 1\text{м/с}$ . Параметр  $\beta$  не змінюйте! **Отримані результати покажіть члену журі!**

1.6. Побудуйте по трьом отриманим вище точкам графік залежності  $T(a)$ , де  $T$  – період обертання, та  $a$  – велика піввісь еліпсу. Відомо, що  $T \sim a^\gamma$ . Знайдіть показник  $\gamma$  за допомогою використання степеневі лінії тренду. Для цього натисніть правою кнопкою миші на побудовані точки; у меню, що відкрилося, оберіть «Додати лінію тренда». Оберіть тип лінії тренду «степенева» та поставте галочку «показувати рівняння на діаграмі». **Отриманий показник покажіть члену журі!**

**Частина 2.** Нехай тепер прискорення тіла залежить від координат наступним чином: прискорення тіла залежить від його координат за законом  $\vec{a} = -\beta\vec{r}$ , де  $\vec{r}$  – вектор, проведений від початку координат до тіла.

2.1. Для набору даних  $\beta = 2 \text{ с}^{-2}$ ;  $x_0 = 1,3 \text{ м}$ ;  $y_0 = 0,03 \text{ м}$ ;  $v_{x0} = 0,3 \text{ м/с}$ ;  $v_{y0} = 0,9 \text{ м/с}$  побудуйте траєкторію тіла та графік залежності  $r(t)$  за перші 5 секунд руху з кроком  $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ . Траєкторія має бути еліпсом. Знайдіть період обертання тіла. **Отримані результати покажіть члену журі!**

2.2. Виконайте пункт 2.1. для даних  $x_0 = 1 \text{ м}$ ;  $y_0 = 0,01 \text{ м}$ ;  $v_{x0} = 3 \text{ м/с}$ ;  $v_{y0} = 1 \text{ м/с}$  (всі інші дані незмінні). **Отримані результати покажіть члену журі!**

2.3. Виконайте пункт 2.1. для даних  $x_0 = 1 \text{ м}$ ;  $y_0 = -0,1 \text{ м}$ ;  $v_{x0} = 3 \text{ м/с}$ ;  $v_{y0} = -4 \text{ м/с}$  (всі інші дані незмінні). **Отримані результати покажіть члену журі!**

2.4. Зробіть висновок – як залежить період обертання від геометричних розмірів еліпсу при незмінному параметрі  $\beta$ . **Отриману залежність покажіть члену журі!**

2.5. Для параметрів  $x_0 = 1 \text{ м}$ ;  $y_0 = -0,1 \text{ м}$ ;  $v_{x0} = 3 \text{ м/с}$ ;  $v_{y0} = -4 \text{ м/с}$  знайдіть періоди обертання для значень  $\beta = 2 \text{ с}^{-2}$ ,  $\beta = 3 \text{ с}^{-2}$  та  $\beta = 4 \text{ с}^{-2}$ . По трьом точкам побудуйте залежність  $T(\beta)$ . Відомо, що  $T \sim \beta^n$ . За допомогою степеневі лінії тренду знайдіть показник  $\eta$ . **Отриманий показник покажіть члену журі!**